



Forblad

Beregning af Jernbetonbjælker

K.W. Johansen

Tidsskrifter

BSM 16-1 Bygningsstatistiske Meddelelser

1945

BEREGNING AF JÆRNBETONBJÆLKER

AF K. W. JOHANSEN

Som Indledning til en kritisk Gennemgang af Bjælkeberegningerne vil vi først anstille nogle rent principielle Betragtninger vedrørende Beregning af Jærnbeton i al Almindelighed.

Nogen egentlig Teori for Jærnbeton i Almindelighed er egentlig ikke formuleret endnu. Man har klaret de forskellige elementære Paavirkningsmaader som Tryk, Træk, Bøjning og Vridning for sig og paa hver sin Maade. I andre Tilfælde er man gaaet ud fra, at der skal lægges Jærn til Optagelse af Trækspændingerne. Man har da bestemt Spændingstilstanden for et homogent Betonlegeme. Derved faas visse Spændinger σ og de tilsvarende Deformationer ϵ . Trykspændingerne regnes optaget af Betonen, og for Trækspændingerne indlægges Jærn. Hvis man nu dimensionerede disse med den til ϵ svarende Jærns spænding $n\sigma$, vilde Fremgangsmaaden være korrekt, men i Reglen meget dyr. Derfor anvendes uden videre den tilladelige Jærns spænding, hvorved Jærnets Forlængelse ikke mere stemmer med den til den forudsatte Spændingstilstand svarende Deformationstilstand. Metoder, hvor man erstatter Trækzonen i et homogent Betonlegeme med en Armering med den tilladelige Spænding, vil vi betegne som de naive Metoder.

Det rigtige er naturligvis at bestemme Spændingstilstanden i det af Armeringen og Betonen bestaaende Legeme med Udeladelse af Betons Trækspændinger. Kort sagt, det rigtige er at beregne Jærnbeton som Beton med Jærn i, det naive, at beregne Jærnbeton som Beton alene, og først efter Spændingsbestemmelsen regne med Jærnet.

Da vi i Reglen ønsker en vis Sikkerhed mod Brud eller Flydning, vil det i de fleste Tilfælde være naturligt at regne med Spændingstilstanden ved Brud eller Flydning. For denne gælder der ofte særlig simple Forhold, der i høj Grad letter Beregningerne. De Metoder, der udnytter dette, vil vi betegne simple Metoder.

I. Bøjningsteorien.

Lad os begynde med at betragte et rektangulært Tværsnit, der er paavirket til ren Bøjning. Ved den naive Metode behandles det som homogent

Tværsnit, saa Nulllinien kommer til at ligge midt i Tværsnittet (Fig. 1). Betegnes største Trykspænding ved s , er $M = \frac{1}{6} sbh^2$. Resultanten af Trækspændingerne er $T = \frac{1}{2} sb \frac{h}{2}$, saa Jærnarealet bliver $f = T : r_j$. Idet vi som sædvanlig sætter $h = c_1 \sqrt{\frac{M}{b}}$; $100 \frac{f}{b} = c_2 \sqrt{\frac{M}{b}}$, faas af disse Udtryk

$$c_1 = \sqrt{\frac{6}{s}}; \quad c_2 = 25 \frac{s}{r_j} \sqrt{\frac{6}{s}}. \quad (1)$$

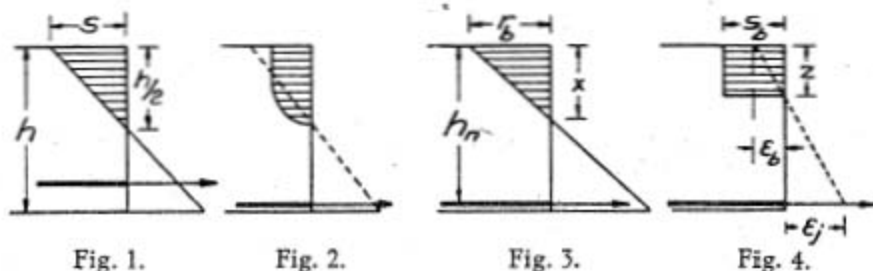


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Ved Jærnet er der $\sigma = \frac{2}{3} s$; den korrekte Jærnspænding er altsaa $\frac{2}{3} ns$. Ved den rigtige Metode behandles Tværsnittet som bestaaende af et trykket Betontværsnit og et strakt Jærntværsnit (Fig. 2). Ved Brud vil Spændingsfordelingen i Trykzonen have det viste Forløb, da Betonen ikke følger Hooke's Lov. For at kunne opstille en Beregning maa man erstatte denne Spændingsfordeling med en simplere. Dette gøres sædvanligvis ved at antage en retliniet Fordeling (Fig. 3). Denne Beregningsmaade vil vi betegne n -Metoden. Man faar da de bekendte Værdier

$$c_1 = \frac{6}{r_b} \cdot \frac{1 + \frac{r_j}{nr_b}}{\sqrt{2 + 3 \frac{r_j}{nr_b}}}; \quad c_2 = \frac{50}{r_j} \sqrt{\frac{6 r_b}{2 + 3 \frac{r_j}{nr_b}}}. \quad (2)$$

For at faa en vis Overensstemmelse med Forsøgene maa man regne $n = 15$, skønt den i Virkeligheden ligger mellem 5 og 10.

Endvidere kan r_b ikke svare til Betonens Trykstyrke, men til en Brudmodulus, der for rektangulære Tværsnit er 1,25 Gange Tærningstyrken, og da denne igen er 1,25 Gange den egentlige Trykstyrke, Prismestyrken, bliver Brudmodulus saaledes 1,56 Gange Trykstyrken. Dette gælder egentlig kun for rektangulære Tværsnit. For T -Tværsnit med tynd Plade maa Bøjningsmodulus ligge nærmere Prismestyrken, saa det er paa den usikre Side at regne med samme Værdi som for rektangulære Tværsnit. For trekantede Tværsnit og rektangulære Tværsnit med skæv Bøjning, hvor der i mange

Tilfælde faas en trekantet Trykzone, optræder største Betontrykspænding kun i Hjørnet. Det er en kendt Sag fra den elementære Styrkelære (Bøjning af kvadratisk Tværsnit efter Diagonalen), at en saadan Paavirkning i Virkeligheden er langt gunstigere, end de formelt beregnede Spændinger angiver. For de ovennævnte Tilfælde vil det følgelig være for ugunstigt at benytte den sædvanlige Værdi.

Det maa derfor fremhæves som en Mangel ved n -Metoden, at der regnes med samme Bøjningsmodulus for alle Former af Trykzonen.

Undersøger man endelig n -Metodens Overensstemmelse med Forsøgene, er denne kun tilfredsstillende for svagt armerede Bjælker og kun for det Stadium, hvor Flydningen i Jærnet begynder. For Brudstadiet i disse Bjælker, hvor Betonen i Trykzonen knuses, efter at Jærnet har flydt en Del, og for Brudstadiet i stærkt armerede Bjælker, hvor Betonen knuses inden Jærnet flyder, giver n -Metoden betydelig mindre Bæreevne end Forsøgene viser. Med andre Ord: n -Metoden undervurderer Styrken af Trykzonen.

Naar man vil opstille en rigtigere Beregningsmetode, maa man følgelig indføre en anden og bedre Spændingsfordeling i Trykzonen. Skal den tillige være simpel, viser Fig. 2, at en konstant Trykspænding i og for sig passer lige saa godt til den rigtige Fordeling som n -Metodens lineære. Det er tillige den simplest mulige, og benævnes derfor den simple Metode.

Med konstant Trykspænding s_b faas da (Fig. 4)

$$C = s_b b z = T = \sigma_j f \quad (3b)$$

$$M = C \left(h_n - \frac{1}{2} z \right). \quad (3b)$$

Nullinien bestemmes under Forudsætning af plane Normalsnit ved Betonens Brudforkortelse ε_b og Jærnets Forlængelse ε_j

$$\frac{z}{h_n} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_j}. \quad (3c)$$

Der er to Tilfælde mulige: 1) naar $\varepsilon_j \geq \varepsilon_F$, hvor ε_F er den Forlængelse, der svarer til Flydningens Begyndelse, flyder Jærnet og $\sigma_j = s_F$ Flydegrænsen. 2) Naar $\varepsilon_j < \varepsilon_F$ flyder Jærnet ikke og $\sigma_j = E_j \cdot \varepsilon_j$.

Naar begge Materialer udnyttes samtidig, d. v. s. Flydningen i Jærnet begynder samtidig med Knusning af Betonen i Trykzonen, er $\varepsilon_j = \varepsilon_F$; $\sigma_j = s_F$. Idet $\varepsilon_F = \frac{s_F}{E_F}$, hvor E_F er Jærnets Elasticitetskoefficient lige inden Flydningen begynder, og $\varepsilon_b = \frac{s_b}{E_B}$, hvor E_B er Betonens Elasticitetskoefficient lige inden Brud, faas

$$\frac{\epsilon_F}{\epsilon_b} = \frac{E_B}{E_F} \cdot \frac{s_F}{s_b} = \frac{s_F}{n_B \cdot s_b} \quad (3d)$$

hvor n_B er Elasticitetskoefficienternes Forhold ved Brud. s_b er Prismestyrken, der er $0,8 \cdot 0,8 = 0,64$ Gange Bjælkestyrken. Indføres som sædvanlig de tilladelige Spændinger i Stedet for Brudværdierne, altsaa $0,64 r_b$ for s_b , r_j for s_F , faas af Formlerne (3)

$$c_1 = \frac{1}{0,64 \sqrt{r_b}} \cdot \frac{0,64 + \frac{r_j}{n_B r_b}}{\sqrt{0,32 + \frac{r_j}{n_B r_b}}}; \quad c_2 = \frac{64}{r_j} \frac{\sqrt{r_b}}{\sqrt{0,32 + \frac{r_j}{n_B r_b}}}, \quad (4)$$

hvor r_b og r_j er de sædvanlige tilladelige Spændinger, altsaa de samme som i (2). Det ses, at (2) og (4) har samme Form, men Talkonstanterne er forskellige.

Prøves nu Formlerne (3) paa Forsøgene, faas en tilfredsstillende Overensstemmelse med $n_B = 2n$, hvor n er den sædvanlige Værdi.¹⁾

Forsøgene giver dog stadig større Brudværdier end Formlerne, men Forskellen er mindre end ved n -Metoden. Med $n_B = 30$ faas da efter Formlerne (2) og (4) følgende Værdier af c_1 og c_2 .²⁾

$\frac{r_b}{r_j}$		75/1400	75/1800	90/1400	90/1800	
$c_1 c_2$	(2)	0,265 0,315	0,282 0,227	0,233 0,366	0,246 0,264	n -Metode
$c_1 c_2$	(4)	0,235 0,407	0,245 0,291	0,209 0,474	0,217 0,340	simple Metode
$c_1 c_2$	(5)	0,265 0,329	0,282 0,233	0,233 0,383	0,246 0,273	$s_b = 0,64 r_b$ $n_B = 2n - 30$

Man faar altsaa 10–13% mindre Højder og 21–30% mere Jærn. Dette vil i Reglen give uøkonomiske og slappe Plader og Bjælker, saa de nye

¹⁾ I Hefte 85 fra Deutscher Ausschuss für Eisenbeton (1937) har Friedrich foreslaaet at regne med konstant Betontrykspænding for stærkt armerede Tværnsnit, medens n -Metoden bibeholdes for svagt armerede. Derved faas en pludselig Overgang fra lineær Spændingsfordeling til konstant, der forekommer mig utilfredsstillende. Endvidere regnes med samme Nullinie i begge Tilfælde, d. v. s. $\frac{\epsilon_F}{\epsilon_b} = \frac{r_j}{nr_b} = \frac{r_j}{n_B s_b}$ altsaa $n_B = n \frac{r_b}{s_b}$. Da s_b sættes til $0,6 r_b$, faas derfor $n_B = 1,67 n$. Om dette er bedre end $n_B = 2n$ kan vanskeligt afgøres og fører heller ikke til nogen væsentlig Forskel, ligesom det i n -Metoden er ret uvæsentligt om $n = 15$ eller 10. Direkte Maalinger af ϵ_b er udførte af Brandtzæg og Saliger. Ved centralt Tryk fandtes Værdier omkring 2% og ved Bøjning omkring 5%, i begge Tilfælde ret uafhængigt af Betonkvaliteten. Se Brandtzæg: Der Bruchspannungszustand und der Sicherheitsgrad von rechteckigen Eisenbetonquerschnitten unter Biegung oder aussermittigen Druck. Trondheim 1935.

²⁾ Se iøvrigt Tabel 6.

Værdier i Almindelighed ikke kan bruges, men Højden maa forøges. Derimod kan de med Fordel anvendes ved Dimensioneringen for de negative Momenter i kontinuerlige T -Bjælker med smal Krop, hvorved Trykjern eller Konsoller i højere Grad kan undgaaes.

Sættes Højden netop op til n -Metodens, faas praktisk taget samme Armering, idet Værdierne c'_2 er 3-5% større end ved n -Metoden.

Ved Beregningen af c'_2 er det for unøjagtigt at proportionere som sædvanligt gøres. De nøjagtige Formler (3) maa benyttes. Idet $M = r_b \cdot \mu b h_n^2$ faas

$$0,64 r_b b z \left(h_n - \frac{1}{2} z \right) = r_b \cdot \mu b h_n^2,$$

der giver

$$\frac{z}{h_n} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\mu}{0,32}}.$$

Endvidere er

$$\frac{100f}{b h_n} = \frac{0,64 r_b}{r_f} \cdot \frac{z}{h_n} = \frac{c'_2}{c_1}, \quad (5)$$

hvoraf c'_2 findes.

Vi ser altsaa, at den simple Metode i sin helt konsekvente Form fører til uøkonomiske Tværsnit. Det kan med andre Ord ikke betale sig, at udnytte Trykzonen helt. Hertil kommer yderligere, at man ved Plader, særlig krydsarmerede, alene af Hensyn til Stivheden ikke ønsker lavere Højde end n -Metoden giver. Der er saaledes kun, hvor mindst mulige Højde ønskes, at (4) kan anvendes med Fordel.

Man vil derfor i de fleste Tilfælde sætte Højden op, og da n -Metoden netop giver økonomiske Tværsnit, vil dennes Værdi c_1 være passende. Som vi saa, giver begge Metoder da praktisk taget samme Armering. Da det er upraktisk at skulle regne om til større Højde f . Eks. ved alle Plader, vil vi derfor indføre s_b og n_B med saadanne Værdier, at vi faar nøjagtig samme Dimensioner som efter n -Metoden. Naar vi skal have samme f og r_f , skal T og dermed C være den samme i Fig. 3 og 4, d. v. s. $s_b b z = \frac{1}{2} r_b b x$. Da Momentet ogsaa skal være det samme, maa Momentarmene være ens, altsaa $h_n - \frac{1}{2} z = h_n - \frac{1}{3} x$. Dette giver straks $z = \frac{2}{3} x$, hvoraf $s_b = \frac{3}{4} r_b$, d. v. s. s_b ligger meget nær den tilladelige Spænding r_0 for rent Tryk. Da

$$\frac{z}{h_n} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_F + \varepsilon_b} \text{ og } \frac{x}{h_n} = \frac{n r_b}{r_f + n r_b},$$

faas

$$\frac{h_n}{z} = 1 + \frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_b} = 1 + \frac{r_f}{n_B \frac{3}{4} r_b} = \frac{3}{2} \frac{h_n}{x} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \frac{r_f}{n r_b}.$$

Vi faar altsaa de sædvanlige Dimensioneringskonstanter, naar vi ved den simple Metode regner med

$$s_b = \frac{3}{4} r_b; n_B = \frac{8}{3} \frac{n}{3 + \frac{nr_b}{r_f}} \quad (6)$$

Som Kontrol kan disse Udtryk indføres i (4). Man faar da (2). Medens s_b faar en naturlig Værdi, bliver det ved (6) bestemte n_B langt mindre end det ved Forsøg maalte.

Paa denne Maade faar Anvendelsen af den simple Metode ingen Indflydelse paa de sædvanlige Beregninger. Ganske vist vil T -Bjælker med høje, smalle Kropper være gunstigt stillet efter n -Metoden, da der regnes med r_b i Hovedet, hvilket som tidligere nævnt er for gunstigt. Dette kompenseres dog sikkert ved de empirisk fastlagte Nyttbredder, saa den sædvanlig anvendte Beregning kan anses for forsvarlig, undtagen hvor Bjælkeafstandene er saa smaa, at Nyttbredden bliver bestemt heraf. I dette specielle Tilfælde er det sikrest at anvende den simple Metode¹⁾. Vi skal derfor angive Formlerne for

Dimensionering af T -Tværnsnit med tynd Plade.

Uden Hensyntagen til Kroppen faas

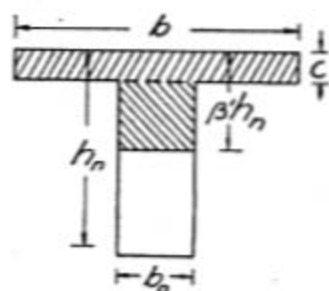


Fig. 5.

$$C = s_b bc = T = r_f f,$$

$$h_t = h_n - \frac{1}{2} c = \frac{M}{C} = \frac{M}{s_b bc},$$

$$h_n = \frac{1}{2} c + \frac{4M}{3r_b bc}; f = \frac{4r_b bc}{3r_f} \quad (7)$$

gyldig for

$$\frac{c}{h_n} \leq \frac{z}{h_n} = \beta' = \frac{2}{3} \beta,$$

hvor β er den til de tilladelige Spændinger svarende sædvanlige Værdi af $\frac{x}{h_n}$, f. Eks. for Spændingerne $r_b = 75 \text{ kg/cm}^2$, $r_f = 1400 \text{ kg/cm}^2$, $\beta = 0,445$.

Med Hensyntagen til Kroppen faas

$$C = s_b c (b - b_0) + s_b \beta' h_n b_0 = T = r_f f,$$

¹⁾ Strengt taget i den konsekvente Form med

$$s_b = 0,64 r_b, n_B = 2 n; \frac{z}{h_n} = \beta' = \frac{1,28 n}{1,28 n + \frac{r_f}{r_b}}$$

$$f = \frac{s_b}{r_j} [c(b-b_0) + \beta' b_0 h_n]$$

$$M = s_b c (b-b_0) \left(h_n - \frac{1}{2} c \right) + s_b \beta' h_n b_0 \left(h_n - \frac{1}{2} \beta' h_n \right)$$

$$M + \frac{1}{2} s_b (b-b_0) c^2 = s_b c (b-b_0) h_n + s_b \beta' \left(1 - \frac{1}{2} \beta' \right) b_0 h_n^2$$

hvoraf

$$h_n^2 + \frac{c(b-b_0)}{\beta' \left(1 - \frac{1}{2} \beta' \right) b_0} \cdot h_n = \frac{M}{s_b \beta' \left(1 - \frac{1}{2} \beta' \right) b_0} + \frac{c^2}{2} \cdot \frac{b-b_0}{\beta' \left(1 - \frac{1}{2} \beta' \right) b_0}, \quad (8)$$

hvor

$$\beta' = \frac{2}{3} \beta, \quad s_b = \frac{3}{4} r_b^{-1}.$$

Eksempel 1. Med ovennævnte Spændinger, $M = 306 \text{ tm}$, $b = 200 \text{ cm}$, $b_0 = 40 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$ faas $h_n^2 + 237 h_n = 53800 + 1800 - 55600 \text{ cm}^2$; $h_n = 146 \text{ cm}$, $f = 166 \text{ cm}^2$,¹⁾ medens n -Metoden giver $h_n = 135 \text{ cm}$; $f = 177 \text{ cm}^2$.

Vi vender derefter tilbage til den naive Metode og finder af (1) med ovennævnte Spændinger og med $s = r_b$, $c_1 = 0,283$, $c_2 = 0,379$, medens de to andre Metoder giver $c_1 = 0,265$ og $c_2 = 0,315$. Man faar altsaa en lidt større Højde og betydeligt mere Jærn ved den naive Metode. Det sidste skyldes naturligvis særligt, at Jærnet ikke ligger helt fornedet. Den korrekte Jærnsplænging er $\frac{2}{3} 15 \cdot 75 = 750 \text{ kg/cm}^2$. Denne Metode benyttes naturligvis ikke ved de hidtil nævnte Tværnsnitsformer, men i høj Grad ved Dimensionering af cylindriske Skaller, der betragtes som Bjælker, der bærer fra Gavnl til Gavnl.

Vi skal derfor sammenligne de tre Metoder for et saadant almindeligt forekommende Tværnsnit. (Fig. 6.)

Eksempel 2. Moment fra lodret Belastning 600 tm.

a) naive Metode.

Tværnsnittet behandles som homogent. Nulllinien gaar gennem Tyngdepunktet, der ligger 0,667 m over Korden. Inertimomentet bliver $5,30 \delta \text{ m}^4$, hvor δ er Skaltykkelsen i m. $W_b = 7,86 \delta \text{ m}^3$. Idet $r_b = 750 \text{ t/m}^2$, faas $600 = 750 \cdot 7,86 \delta = 5900 \delta \text{ tm}$, altsaa $\delta = \frac{600}{5900} \text{ m} = 10,2 \text{ cm}$.

Trykresultanten bliver $C = T - 2 \int_0^{\varphi_0} \sigma \delta \cdot 10 d\varphi$ med $\sigma = \frac{750}{0,673} 10 (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \text{ t/m}^2$, hvor φ_0 svarer til Nulllinien og bestemmes ved $\cos \varphi_0 = (10 - 0,673) : 10 = 0,9327$.

¹⁾ Se Note ¹⁾ Side 40.

²⁾ Med $s_b = 0,64 \cdot 75 = 48 \text{ kg/cm}^2$, $n_b = 30$ faas $\beta' = 0,506$, $h_n^2 + 159 h_n = 42100 + 1200 = 43300 \text{ cm}^2$; $h_n = 143 \text{ cm}$; $f = 182 \text{ cm}^2$.

$\varphi_0 = 0,369$. $C = 223000 \delta (\sin \varphi_0 - \varphi_0 \cos \varphi_0) = 3700 \delta = 377 t$. Med $r_f = 1400 \text{ kg/cm}^2$ faas da $f = \frac{392}{1,4} = 269 \text{ cm}^2$.

Idet Spændingen forneden er $75 \frac{1,667}{0,673} = 186 \text{ kg/cm}^2$, bliver den korrekte Jærns-spænding her $\sigma_f = 186 n = 2800 \text{ kg/cm}^2$.

b) n -Metoden.

Nulllinien ligger $0,445 \cdot 2,34 = 1,04 \text{ m}$ under Toppen. Det tilsvarende φ_0 faas af $\cos \varphi_0 = (10 - 1,04) : 10 = 0,896$; $\varphi_0 = 0,460$.

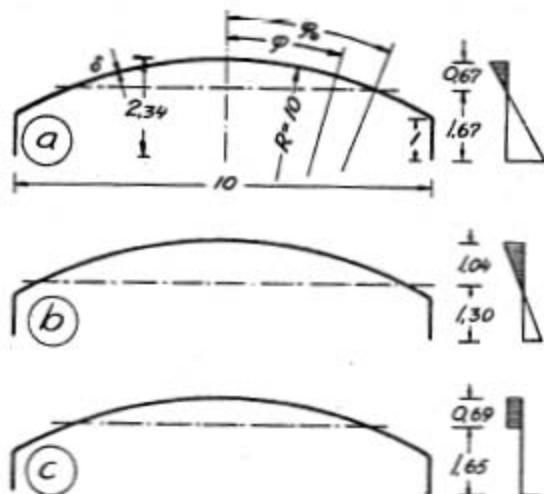


Fig. 6.

Idet $\sigma = \frac{750}{1,04} 10 (\cos \varphi - \cos \varphi_0) = 7210 (\cos \varphi - \cos \varphi_0)$,

faas

$C = T = 2 \cdot 10 \cdot \delta \cdot 7210 (\sin \varphi_0 - \varphi_0 \cos \varphi_0) = 4600 \delta$.

Momentet om Nulllinien bliver

$$2 \cdot 7210 \delta \int_0^{\varphi_0} (\cos \varphi - \cos \varphi_0)^2 10^2 d\varphi = 100 \cdot 7210 \delta \left(2\varphi_0 - \frac{3}{2} \sin 2\varphi_0 + \varphi_0 \cos 2\varphi_0 \right) = 3780 \delta,$$

d. v. s. Trykcentret ligger $\frac{3780}{4600} = 0,82 \text{ m}$ over Nulllinien.

$h_t = 1,30 + 0,82 = 2,12 \text{ m}$. $C = \frac{600}{2,12} = 283 t = 4600 \delta$.

$\delta = 0,0615 \text{ m} = 6,15 \text{ cm}$, $f = \frac{283}{1,4} = 202 \text{ cm}^2$.

c) Simple Metode.

Nulllinien ligger $\frac{2}{3} 1,04 = 0,69 \text{ m}$ under Toppen. Hertil svarer

$\cos \varphi_0 = (10 - 0,69) : 10 = 0,931$; $\varphi_0 = 0,375$; $s_b = \frac{3}{4} 750 = 562,5 \text{ t/m}^2$.

$C = T = 2 \cdot 562,5 \cdot 10 \cdot 0,375 \cdot \delta = 4210 \delta$.

Trykcentret ligger

$$10 \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} = 10 \frac{0,3665}{0,375} = 9,77 \text{ m over Centrum, altsaa } 0,23 \text{ m under Toppen.}$$

Momentarmen er da $2,34 - 0,23 = 2,11 \text{ m}$, altsaa $C = \frac{600}{2,11} = 284 \text{ t} = 4210 \delta$.

$$\delta = 0,0674 \text{ m} = 6,74 \text{ cm}; f = \frac{284}{1,4} = 203 \text{ cm}^2.$$

Eksemplet viser først og fremmest, at den naive Metode er alt for meget paa den sikre Side, dernæst at n -Metoden giver samme Armering, men 10% mindre Skaltykkelse end den simple Metode. Den sidste giver langt simple Regninger, idet Integrationerne ganske undgaas. Ved den videre Beregning af Skaltværsnittet, f. Eks. Tværmomenternes Bestemmelse, viser dette sig endnu tydeligere, men dette vil det føre for vidt at komme nærmere ind paa her.

Til Slut skal de to sidste Metoder sammenlignes ved Dimensionering for

Skæv Bøjning af rektangulært Tværsnit.

Tværsnittets totale Højde og Bredde er b og h , medens Nyttehøjden og Nyttebredden er b_n og h_n . Momentet opløses i Komposanterne M_h og M_b og Betegnelserne vælges saadan at $M_h \geq M_b$. M_h bøjer om en Akse parallel med b , saa det, hvis $M_b = 0$, bestemte h . M_b bøjer om en Akse parallel med h , saa det, hvis $M_h = 0$, bestemte b . Ganske som ved homogent Tværsnit bliver $M_h = k_1 b_n h_n^3$ og $M_b = k_2 b^3 h_n$, hvoraf

$$\frac{M_h^2}{M_b} = \frac{k_1^2}{k_2} h_n^3, \quad \frac{M_b^2}{M_h} = \frac{k_2^2}{k_1} b_n^3; \quad h_n = c' \sqrt[3]{\frac{M_h^2}{M_b}}, \quad b_n = c'' \sqrt[3]{\frac{M_b^2}{M_h}}, \quad (9)$$

hvor

$$c' = \sqrt[3]{\frac{k_2}{k_1}}, \quad c'' = \sqrt[3]{\frac{k_1}{k_2}}. \quad (10)$$

For Trykresultanten C maa man finde

$$C = k_3 b_n h_n = T = fr_j,$$

$$f = \frac{k_3}{r_j} b_n h_n = c''' \sqrt[3]{M_b M_h}, \quad (11)$$

hvor

$$c''' = \frac{k_3}{r_j} c' c'' = \frac{k_3}{r_j \sqrt{k_1 k_2}}. \quad (12)$$

Det gælder altsaa blot om at finde Konstanterne k_1 , k_2 og k_3 . Der er to Muligheder at undersøge, trekantet Trykzone (Fig. 7) og firkantet Trykzone (Fig. 8). Vi vil gennemføre Undersøgelsen for saavel den simple Metode som n -Metoden for at sammenligne Resultaterne.

¹⁾ Med $s_b = 48 \text{ kg/cm}^2$ og $\beta' = 0,506$ faas $\delta = 6,55 \text{ cm}$, $f = 220 \text{ cm}^2$.

A. Simple Metode.

1) Trekantet Trykzone. Nullinien bestemmes ved Størrelserne u og v og har Ligningen $\frac{x}{u} + \frac{y}{v} = 1$ i det viste Koordinatsystem. Vi har nu

$$\frac{x}{h_n} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_F} = \beta' = \frac{y}{b_n}, \text{ idet } \varepsilon_b \text{ findes i Hjørnet og } \varepsilon_F \text{ i Armeringen.}$$

Derved faas $\frac{h_n}{u} + \frac{b_n}{v} = \frac{1}{\beta'}$ som Betingelsesligning mellem u og v , men de kan ellers vælges vilkaarligt, naar blot $v \leq b$ og $u \leq h$. Sættes $\frac{u}{h_n} = \frac{\beta'}{\alpha}$, faas $\frac{v}{b_n} = \frac{\beta'}{1-\alpha}$, hvor Grænserne for u og v giver

$$\frac{h_n}{h} \beta' \leq \alpha \leq 1 - \frac{b_n}{b} \beta',$$

med

$$\frac{h_n}{h} = \frac{b_n}{b} = 0,9 \text{ og } \beta' = \frac{2}{3} \beta,$$

faas

$$0,6 \beta \leq \alpha \leq 1 - 0,6 \beta.$$

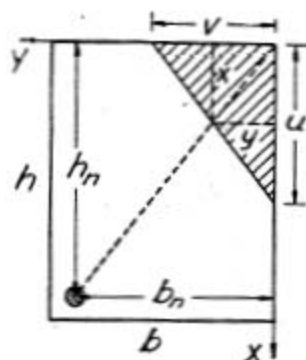


Fig. 7.

Nu er

$$C = \frac{1}{2} s_b uv = \frac{1}{2} s_b \frac{\beta'^2}{\alpha(1-\alpha)} b_n h_n = \frac{1}{6} r_b \frac{\beta^2}{\alpha(1-\alpha)} b_n h_n \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} M_h &= C \left(h_n - \frac{1}{3} u \right) = C h_n \left(1 - \frac{\beta'}{3\alpha} \right) = C h_n \left(1 - \frac{2}{9} \frac{\beta}{\alpha} \right) \\ M_b &= C \left(b_n - \frac{1}{3} v \right) = C b_n \left(1 - \frac{\beta'}{3(1-\alpha)} \right) = C b_n \left(1 - \frac{2}{9} \frac{\beta}{1-\alpha} \right), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

d. v. s.

$$k_3 = \frac{1}{6} r_b \frac{\beta^2}{\alpha(1-\alpha)}; \quad k_1 = k_3 \left(1 - \frac{2}{9} \frac{\beta}{\alpha} \right); \quad k_2 = k_3 \left(1 - \frac{2}{9} \frac{\beta}{1-\alpha} \right). \quad (15)$$

hvorefter c' , c'' og c''' bestemmes, naar α vælges.

Med $\alpha = \frac{1}{2}$ ¹⁾ faas:

$$k_1 = k_2 = \frac{2}{3} r_b \beta^2 \left(1 - \frac{4}{9} \beta \right), \quad k_3 = \frac{2}{3} r_b \beta^2;$$

¹⁾ Nullinien er da parallel med den ene Diagonal. I det følgende regnes kun med de Værdier af α , der er større end $\frac{1}{3}$, idet Værdierne mindre end $\frac{1}{3}$ faas ved Omsbytning af c' og c'' , som det fremgaar af (15).

$$c' = c'' = \sqrt[3]{\frac{3}{2r_b\beta^2\left(1-\frac{4}{9}\beta\right)}}, \quad c''' = \frac{1^3}{r_j} \sqrt[3]{\frac{2}{3}r_b\left(\frac{\beta}{1-\frac{4}{9}\beta}\right)^2}. \quad (16)$$

Med disse Konstanter bestemmes h_n , b_n og f af (9) og (11). Almindeligt haves

$$\frac{b_n}{h_n} = \frac{c''}{c'} \frac{M_b}{M_h} = \frac{k_1 M_b}{k_2 M_h}, \quad (17)$$

altsaa i dette Tilfælde $b : h = M_b : M_h$.

Det kan derfor ske, at Tværsnittet bliver for smalt. Man maa da anvende større Værdier af α , og hvis dette ikke er tilstrækkeligt, de følgende Formler for 2) Firkantet Trykzone. Man finder for Trykresultanten

$$C = s_b b z = T = f r_j \quad (18)$$

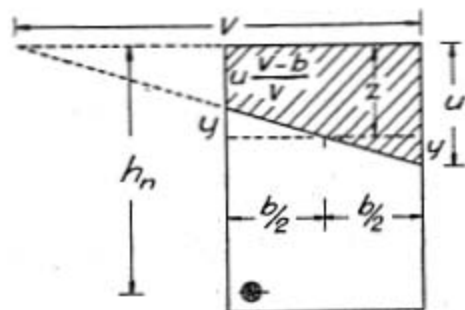


Fig. 8.

og for Momenterne ved den viste Deling af Trykzonen

$$\left. \begin{aligned} M_h &= s_b b z \left(h_n - \frac{1}{2} z \right) - s_b \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot y \cdot \frac{2}{3} y = s_b b h_n^2 \left[\frac{z}{h_n} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{z}{h_n} \right) - \frac{1}{6} \frac{y^2}{h_n^2} \right] \\ M_b &= s_b b z \left(b_n - \frac{b}{2} \right) + s_b \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot y \cdot \frac{2}{3} b = s_b b^2 h_n \left[\frac{z}{h_n} \left(\frac{b_n}{b} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{6} \frac{y}{h_n} \right] \end{aligned} \right\} (19)$$

Idet $u = y + z$ og $v = \frac{1}{2} b \frac{z+y}{y}$, faas af den stadig gældende Betingelsesligning $\frac{h_n}{u} + \frac{b_n}{v} = \frac{1}{\beta'}$; $\beta' = \frac{z}{h_n} + \frac{y}{h_n} \left(1 - 2\beta' \frac{b_n}{b} \right)$, hvor $z \geq y \geq 0$.

Ligningen opfyldes ved at sætte

$$\frac{z}{h_n} = \alpha' \beta'; \quad \frac{y}{h_n} = \frac{(1-\alpha')\beta'}{1-2\beta' \frac{b_n}{b}}; \quad 1 \geq \alpha' \geq \frac{1}{2\left(1-\beta' \frac{b_n}{b}\right)}$$

Indsættes disse Værdier af y og z i (18) og (19) og indføres som tidligere β og r_b , faas

$$k_0 = \frac{1}{2} r_b \cdot \frac{b}{b_n} \beta \alpha'; \quad (20)$$

$$k_1 = \frac{1}{2} r_b \frac{b}{b_n} \beta^2 \left[\frac{1}{\left(3 - 4\beta \frac{b_n}{b}\right)^2} + \left(\frac{1}{\beta} + \frac{2}{\left(3 - 4\beta \frac{b_n}{b}\right)^2} \right) \alpha' - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{\left(3 - 4\beta \frac{b_n}{b}\right)^2} \right) \alpha'^2 \right] \quad (20)$$

$$k_2 = \frac{1}{4} r_b \frac{b^2}{b_n^2} \frac{\beta}{3 - 4\beta \frac{b_n}{b}} \left[1 + 2\alpha' \left(3 \frac{b_n}{b} - 2 - 2\beta \frac{b_n}{b} \left(2 \frac{b_n}{b} - 1 \right) \right) \right],$$

hvorved Konstanterne c bestemmes, naar α' vælges.¹⁾

For $\alpha' = 1$ faas $y = 0$ og rektangulær Trykzone. Da er specielt

$$k_3 = \frac{1}{2} \beta \frac{b}{b_n} r_b; k_1 = k_3 \left(1 - \frac{\beta}{3} \right), k_2 = k_3 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{b}{b_n} \right). \quad (21)$$

I dette Tilfælde gælder naturligvis ogsaa de sædvanlige Formler for rektangulært Tværsnit paavirket af M_h ²⁾, idet M_b nu yderligere optages ved at lægge Armeringen skævt i Bjælken; d. v. s. (21) giver Grænsetilfældet, hvor Armeringen lægges helt ud i Hjørnet. Ved mindre Værdier af M_b lægges Armeringen nærmere Midten. Dens Afstand b_n faas da af

$$M_h = C \cdot h_t = Ch_n \left(1 - \frac{1}{3} \beta \right), M_b = C \left(b_n - \frac{1}{2} b \right),$$

giver

$$b_n = \frac{b}{2} + h_t \frac{M_b}{M_h} = \frac{b}{2} + \left(1 - \frac{1}{3} \beta \right) h_n \frac{M_b}{M_h}. \quad (22)$$

h_n og f faas som sædvanlig af

$$h_n = c_1 \sqrt{\frac{M_h}{b}}, 100 \frac{f}{b} = c_2 \sqrt{\frac{M_h}{b}}.$$

¹⁾ For $\alpha' = \frac{1}{2 \left(1 - \beta' \frac{b_n}{b} \right)} = \frac{1}{2 \left(1 - \frac{2}{3} \beta \frac{b_n}{b} \right)}$ faas samme Værdier som (15) med

$$\alpha = 1 - \frac{b_n}{b} \beta' = 1 - \frac{2}{3} \beta \frac{b_n}{b}.$$

²⁾ Da h og f ogsaa kan bestemmes af M_h ved de sædvanlige Konstanter c_1 og c_2 , kan man udtrykke disse ved c' , c'' og c''' bestemte af (21). Man faar:

$$c_1 = c' \sqrt{\frac{b}{b_n} c''}; c_2 = \frac{100 c'''}{\sqrt{\frac{b}{b_n} c''}}.$$

Tabel 1.

$$r_b/r_f = 75/1400 \text{ kg/cm}^2; \quad \frac{b_n}{b} = \frac{h_n}{h} = 0,9.$$

c'	c''	$100 c'''$	c'/c''	$c'c''$	Trykzone
0,500	0,500	0,177	1,000	0,250	Trekantet
0,488	0,514	0,179	0,951	0,250	
0,470	0,524	0,181	0,900	0,246	
0,450	0,533	0,187	0,846	0,240	
0,426	0,545	0,196	0,780	0,232	
0,405	0,556	0,204	0,727	0,225	
0,380	0,573	0,216	0,660	0,218	
0,364	0,583	0,224	0,625	0,212	
0,351	0,593	0,234	0,593	0,208	Firkantet
0,340	0,600	0,243	0,564	0,204	
0,329	0,608	0,252	0,540	0,201	
0,321	0,615	0,261	0,520	0,197	

Tabel 1a. n_8 Metoden

c'	c''	$100 c'''$	c'/c''	$c'c''$	Trykzone
0,506	0,506	0,181	1,000	0,256	Trekantet
0,490	0,520	0,182	0,942	0,255	
0,471	0,534	0,185	0,884	0,252	
0,451	0,546	0,190	0,826	0,247	
0,431	0,560	0,200	0,770	0,242	Firkantet
0,407	0,571	0,207	0,714	0,232	
0,386	0,584	0,217	0,661	0,225	
0,367	0,592	0,228	0,620	0,217	
0,350	0,600	0,238	0,584	0,210	
0,335	0,609	0,250	0,550	0,204	
0,321	0,615	0,261	0,520	0,197	

Tabel 2.

$$r_b/r_f = 90/1400 \text{ kg/cm}^2; \quad \frac{b_n}{b} = \frac{h_n}{h} = 0,9.$$

c'	c''	$100 c'''$	c'/c''	$c'c''$	Trykzone
0,446	0,446	0,205	1,000	0,199	Trekantet
0,431	0,456	0,205	0,945	0,198	
0,415	0,467	0,208	0,890	0,195	
0,396	0,480	0,216	0,827	0,191	
0,370	0,496	0,228	0,745	0,184	
0,354	0,506	0,236	0,701	0,180	Firkantet
0,338	0,519	0,246	0,655	0,176	
0,325	0,529	0,257	0,619	0,173	
0,314	0,539	0,267	0,585	0,170	
0,304	0,546	0,278	0,556	0,167	
0,296	0,557	0,288	0,531	0,165	

Tabel 3.

$$r_b/r_j = 75/1800 \text{ kg/cm}^2; \frac{b_n}{b} = \frac{h_n}{h} = 0,9.$$

c'	c''	$100 c'''$	c'/c''	$c'c''$	Trykzone
0,546	0,546	0,123	1,000	0,299	Trekantet
0,534	0,556	0,124	0,961	0,297	
0,516	0,565	0,125	0,917	0,292	
0,498	0,570	0,128	0,873	0,284	
0,471	0,580	0,134	0,815	0,274	
0,424	0,599	0,147	0,710	0,254	
0,405	0,610	0,154	0,665	0,247	
0,388	0,619	0,160	0,626	0,240	Firkantet
0,374	0,626	0,167	0,596	0,234	
0,361	0,634	0,174	0,570	0,229	
0,350	0,640	0,180	0,546	0,225	
0,340	0,646	0,186	0,526	0,220	
0,332	0,650	0,193	0,509	0,216	

Tabel 4.

$$r_b/r_j = 90/1800 \text{ kg/cm}^2; \frac{b_n}{b} = \frac{h_n}{h} = 0,9.$$

c'	c''	$100 c'''$	c'/c''	$c'c''$	Trykzone
0,481	0,481	0,142	1,000	0,232	Trekantet
0,469	0,491	0,143	0,951	0,231	
0,454	0,501	0,146	0,906	0,228	
0,435	0,510	0,150	0,854	0,222	
0,411	0,521	0,157	0,790	0,215	
0,386	0,534	0,165	0,723	0,206	
0,376	0,540	0,169	0,697	0,203	
0,360	0,550	0,177	0,655	0,198	Firkantet
0,346	0,559	0,184	0,617	0,193	
0,333	0,566	0,191	0,588	0,189	
0,322	0,571	0,198	0,561	0,185	
0,313	0,579	0,206	0,540	0,182	
0,305	0,586	0,213	0,519	0,179	

I omstaaende Tabeller 1-4 er angivet sammenhørende Værdier¹⁾ af Konstanterne c' , c'' og $100 c'''$ for nogle hyppigt forekommende Spændinger. Der er tillige regnet med $\frac{b_n}{b} = \frac{h_n}{h} = 0,9$. Øverste Række svarer

¹⁾ For $\alpha = 0,50, 0,55, 0,60$ o. s. v. indtil Grænseværdien mellem trekantet og firkantet Trykzone (angivet i Fodnoten Side 46) og for $\alpha' = 1,0, 0,95, 0,90$ o. s. v. til den tilsvarende Grænseværdi for α' .

til (16), nederste til (21). Endvidere er Trykzonens Form angivet. For samme Momenter M_b og M_h faas saaledes en kontinuert Række forskellige Tværnsnit, der alle optager disse Momenter netop med de tilladelige Spændinger. De forskellige Tværnsnit h , b og f er proportionale med henholdsvis c' , c'' og c''' . Det ses da, at Tværnsnittet svarende til (16) har største c' , mindste c'' og c''' , altsaa største Højde, mindste Bredde og mindste Armering af samtlige Tværnsnit. De beregnede Værdier af $c'c''$ viser, at dette Tværnsnit tillige har det største Betontværnsnit bh .

De modsatte Egenskaber har det til (21) svarende Tværnsnit, d. v. s. mindste Højde, største Bredde, største Armering og mindste Betonareal af samtlige Tværnsnit. Endvidere bemærkes, at c'' kun varierer lidt, saa en ringe Forøgelse af b og dermed c'' giver en væsentlig Formindskelse af c' og dermed h .

Med Tabelkonstanterne faas h og b i cm, f i cm^2 , naar Momenterne indføres i kg cm^1)

B. n_s Metoden.

1. Trekantet Trykzone. Ved Anvendelse af bekendte Sætninger om Kilers Egenskaber (se f. Eks. B. S. M. 1942, S. 29 o. f.) faas straks i dette Tilfælde

$$C = \frac{1}{3} r_b \cdot \frac{1}{2} uv, \quad M_h = C \left(h_n - \frac{1}{4} u \right), \quad M_b = C \left(b_n - \frac{1}{4} v \right),$$

medens den geometriske Betingelse bliver $\frac{h_n}{u} + \frac{b_n}{v} = \frac{1}{\beta}$. Sættes som før $\frac{u}{h_n} = \frac{\beta}{\alpha}$, $\frac{v}{b_n} = \frac{\beta}{1-\alpha}$ faas følgende Værdier for Konstanterne k

$$k_3 = \frac{1}{6} r_b \frac{\beta^2}{\alpha(1-\alpha)}; \quad k_1 = k_3 \left(1 - \frac{\beta}{4\alpha} \right); \quad k_2 = k_3 \left(1 - \frac{\beta}{4(1-\alpha)} \right), \quad (15')$$

altsaa nøjagtigt samme k_3 og praktisk taget samme k_1 og k_2 som ved den simple Metode. For α faas Grænserne

$$\frac{b_n}{b} \beta \leq \alpha \leq 1 - \frac{b_n}{b} \beta.$$

¹⁾ Med Momenterne i tm faas h og b i m, naar der sættes Faktoren $\frac{1}{10}$ under Rodtegnet. f faas i cm^2 , naar der multipliceres med 10 under Rodtegnet og i Tabellen, d. v. s. 1000 c''' sættes som Koefficient til Roden. Det samme gælder ogsaa ved de sædvanlige Formler (2). Se Eksempel 3.

2. Firkantet Trykzone. Naar Trykzonen betragtes som Differens mellem to trekantede Trykzoner faas

$$C = \frac{1}{6} r_b uv - \frac{1}{6} r_b uv \left(\frac{v-b}{v} \right)^3 \quad (18')$$

$$\left. \begin{aligned} M_h &= \frac{1}{6} r_b uv \left(h_n - \frac{1}{4} u \right) - \frac{1}{6} r_b uv \left(\frac{v-b}{v} \right)^3 \left(h_n - \frac{1}{4} u \frac{v-b}{v} \right) \\ M_b &= \frac{1}{6} r_b uv \left(b_n - \frac{1}{4} v \right) + \frac{1}{6} r_b uv \left(\frac{v-b}{v} \right)^3 \left(b - b_n + \frac{v-b}{4} \right). \end{aligned} \right\} \quad (19')$$

Den geometriske Betingelse er som ved trekantet Trykzone, saa samme Udtryk for u og v kan benyttes. Da $b \leq v \leq \infty$ faas nu

$$1 - \frac{b_n}{b} \beta \leq \alpha \leq 1$$

og

$$\left. \begin{aligned} k_3 &= \frac{1}{2} r_b \frac{b}{b_n} \frac{\beta}{\alpha} \left[1 - \frac{b}{b_n} \frac{1-\alpha}{\beta} + \frac{1}{3} \left(\frac{b}{b_n} \frac{1-\alpha}{\beta} \right)^2 \right] \\ k_1 &= k_3 \left(1 - \frac{\beta}{4\alpha} \right) - \frac{1}{24} r_b \frac{b}{b_n} \frac{\beta^2}{\alpha^2} \left(1 - \frac{b}{b_n} \frac{1-\alpha}{\beta} \right)^3 \\ k_2 &= k_3 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{b}{b_n} \right) + \frac{1}{24} r_b \frac{b^3}{b_n^3} \frac{1-\alpha}{\alpha} \left(2 - \frac{b}{b_n} \frac{1-\alpha}{\beta} \right), \end{aligned} \right\} \quad (20')$$

der for $\alpha = 1$ giver samme Værdier som (21), og for $\alpha = 1 - \frac{b_n}{b} \beta$ samme Værdier som (15') med samme α . For Spændingerne 75/1400 kg/cm² faas saaledes Værdierne i Tabel 1 a, der kun afviger ubetydeligt fra Værdierne i den tilsvarende Tabel 1.

De to Metoder giver altsaa praktisk taget samme Værdier.

Eksempel 3a.

Med Spændingerne 75/1400 kg/cm² skal dimensioneres for $M_h = 5$ tm, $M_b = 3$ tm. Med Konstanterne i øverste Række faas

$$h_n = 0,5 \sqrt[3]{\frac{1}{10} \cdot \frac{25}{2}} = 0,470 \text{ m}, \quad b_n = 0,5 \sqrt[3]{\frac{1}{10} \cdot \frac{9}{5}} = 0,282 \text{ m}; \quad f = 1,77 \sqrt[3]{10 \cdot 3 \cdot 5} = 9,40 \text{ cm}^2.$$

Eksempel 3b.

Med $M_b = 2$ tm giver samme Konstanter

$$h_n = 0,5 \sqrt[3]{\frac{1}{10} \cdot \frac{25}{2}} = 0,539 \text{ m}, \quad b_n = 0,5 \sqrt[3]{\frac{1}{10} \cdot \frac{4}{5}} = 0,215 \text{ m}; \quad f = 1,77 \sqrt[3]{10 \cdot 2 \cdot 5} = 8,21 \text{ cm}^2$$

medens Konstanterne i sidste Række giver

$$h_n = 0,321 \sqrt[3]{1,25} = 0,346 \text{ m}; b_n = 0,615 \sqrt[3]{0,08} = 0,265 \text{ m}; f = 2,61 \sqrt[3]{100} = 12,1 \text{ cm}^2.$$

Ønskes $b = 0,25 \text{ m}$, bliver $b_n = 0,225 \text{ m}$ og $c'' = 0,5 \cdot \frac{0,225}{0,215} = 0,524$.

I Tabellen findes (eventuelt ved Interpolation) det tilsvarende $c' = 0,470$ og $100c''' = 0,181$; hvoraf $h_n = 0,47 \sqrt[3]{1,25} = 0,506 \text{ m}$ og $f = 1,81 \sqrt[3]{100} = 8,40 \text{ cm}^2$.

Eksempel 3c.

Med $M_b = 1 \text{ tm}$ giver Konstanterne i sidste Række

$$h_n = 0,321 \sqrt[3]{\frac{1}{10} \cdot 25} = 0,436 \text{ m}, b_n = 0,615 \sqrt[3]{\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5}} = 0,167 \text{ m}; f = 2,61 \sqrt[3]{10 \cdot 5} = 9,61 \text{ cm}^2.$$

Ønskes større Bredde, kan Armeringen ikke lægges helt ud i Hjørnet, men dens Beliggenhed bestemmes ved (22). Med $b = 0,25 \text{ m}$ faas saaledes

$$h_n = 0,265 \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{0,25}} = 0,375 \text{ m}, f = 0,25 \cdot 3,15 \sqrt{10 \cdot \frac{5}{0,25}} = 11,1 \text{ cm}^2,$$

$$b_n = 0,125 + \left(1 - \frac{0,445}{3}\right) 0,375 \cdot \frac{1}{5} = 0,189 \text{ m}.$$

For andre Spændinger skulde man egentlig beregne nye Tabeller. Hvis begge Spændinger f. Eks. forøges 25% bliver β uforandret og c' og c'' skal da divideres med $\sqrt[3]{1,25}$, c''' med $(\sqrt[3]{1,25})^2$. c_1 og c_2 skal begge divideres med $\sqrt[3]{1,25}$. Man kan derfor uden Vanskelighed benytte de givne Tabeller ogsaa i de Tilfælde, hvor begge Spændinger forøges med samme Procent.

Man kan dog helt undgaa Beregningen af disse Tabeller, hvis man vil nøjes med Tilnærmelser. Man kan nemlig først og fremmest regne med lineær Variation af samtlige Konstanter mellem de ved (16) og (21) bestemte Grænseværdier. Dette giver, hvis vi f. Eks. regner med c'' som den bestemmende, Fejl paa et Par Procent til begge Sider for c' og Fejl paa indtil 10% paa den sikre Side for c''' . Nøjagtigere kan man for c''' regne med en parabolisk Variation, hvor Parablens Pikhøjde er $\frac{1}{6}$ af Differensen mellem de to Grænser for c''' . Dette giver følgende Interpolationsformler for c' og c''' med c'' som bestemmende Størrelse, hvor Grænseværdierne er betegnet ved v og h (se Tabel 5 og 6).

$$\left. \begin{aligned} c' &= c'_h + \frac{c'_v - c'_h}{c''_h - c''_v} (c''_h - c''), \\ c''' &= c'''_v + \frac{c'''_h - c'''_v}{c''_h - c''_v} (c'' - c''_v) - \frac{2}{3} (c'''_h - c'''_v) \frac{c''_h - c''}{c''_h - c''_v} \cdot \frac{c'' - c''_v}{c''_h - c''_v}. \end{aligned} \right\} (23)$$

Tabel 5.

$$s_b = \frac{3}{4} r_b, \beta' = \frac{2}{3} \beta, \frac{b_n}{b} = \frac{h_n}{h} = 0,9.$$

r_j	$r_b = 75 \text{ kg/cm}^2$				$r_b = 90 \text{ kg/cm}^2$			
	c_1 c_2 $h_t : h_n$	c'_v c''_v $100 c'''_v$	c'_h c''_h $100 c'''_h$	numerisk Differens $ c_h - c_v $	c_1 c_2 $h_t : h_n$	c'_v c''_v $100 c'''_v$	c'_h c''_h $100 c'''_h$	numerisk Differens. $ c_h - c_v $
1300	0,260	0,490	0,318	0,172	0,230	0,436	0,294	0,142
	0,348	0,490	0,605	0,115	0,404	0,436	0,550	0,114
	0,845	0,198	0,286	0,088	0,830	0,228	0,316	0,088
15%	0,243	0,468	0,304	0,164	0,215	0,416	0,280	0,136
	0,325	0,468	0,578	0,110	0,376	0,416	0,525	0,109
	0,845	0,180	0,260	0,080	0,830	0,208	0,288	0,080
25%	0,233	0,455	0,295	0,160	0,206	0,405	0,273	0,132
	0,312	0,455	0,561	0,106	0,362	0,405	0,510	0,105
	0,845	0,170	0,246	0,076	0,830	0,196	0,272	0,076
30%	0,228	0,450	0,292	0,158	0,202	0,400	0,270	0,130
	0,305	0,450	0,555	0,105	0,354	0,400	0,504	0,104
	0,845	0,166	0,240	0,074	0,830	0,191	0,265	0,074
1400	0,265	0,500	0,321	0,179	0,233	0,446	0,296	0,150
	0,315	0,500	0,615	0,115	0,366	0,446	0,557	0,111
	0,852	0,177	0,261	0,084	0,836	0,205	0,288	0,083
25%	0,237	0,464	0,298	0,166	0,209	0,414	0,275	0,139
	0,282	0,464	0,570	0,106	0,328	0,414	0,517	0,103
	0,852	0,152	0,225	0,073	0,836	0,177	0,248	0,071
1800	0,282	0,546	0,332	0,214	0,246	0,481	0,305	0,176
	0,227	0,546	0,650	0,104	0,264	0,481	0,586	0,105
	0,872	0,123	0,193	0,070	0,857	0,142	0,213	0,071
15%	0,263	0,521	0,317	0,204	0,229	0,460	0,292	0,168
	0,212	0,521	0,620	0,099	0,246	0,460	0,560	0,100
	0,872	0,112	0,176	0,064	0,857	0,129	0,194	0,064
25%	0,252	0,506	0,308	0,198	0,220	0,446	0,283	0,163
	0,203	0,506	0,604	0,098	0,236	0,446	0,544	0,098
	0,872	0,106	0,166	0,060	0,857	0,122	0,183	0,061
30%	0,247	0,500	0,304	0,196	0,216	0,441	0,280	0,161
	0,199	0,500	0,595	0,095	0,232	0,441	0,537	0,096
	0,872	0,103	0,162	0,059	0,857	0,119	0,179	0,060

I Tabel 5 er disse Grænseværdier og de øvrige for Beregningen nødvendige Størrelser angivet for en Række forskellige Spændinger, der efter

de nye Normer vil være de almindeligste. I mange Tilfælde vil dette være tilstrækkeligt, og kun naar f. Eks. Bredden paa Forhaand fastsættes som i Eks. 3 b, er der Brug for (23) eller Tabellerne 1—4.

Ønskes større Dimensioner, kan man proportionere som sædvanlig, naar de to Tværnsnit, det nødvendige $h_n b_n$ og det større $h'_n b'_n$, er ligedannede, idet denne Tilnærmelsesmetode kun da er paa den sikre Side. Man skal derfor af samtlige Konstanter udsøge det Sæt, hvor $c'/c'' = \frac{h'_n}{b'_n} \cdot \frac{M_b}{M_h}$ ifølge (17), idet $\frac{b'_n}{h'_n} = \frac{b_n}{h_n}$. Derfor er c'/c'' angivet i Tabellerne 1—4. Findes mindre Værdi af dette Forhold end i Tabellen, skal (22) benyttes. Ved Beregningen af b_n regnes nu $h_t = 0,9 h_n$ i Stedet for $(1 - \frac{1}{3}\beta) h_n$.

Eksempel 4.

For de i Eks. 3 behandlede Tilfælde fastsættes Tværnsnittet til $33 \times 55 \text{ cm}^2$, altsaa $b'_n h'_n = 30 \cdot 50 \text{ cm}^2$. $b'_n/h'_n = 0,6$; $c'/c'' = \frac{M_b}{M_h \cdot 0,6} = \frac{M_b}{3}$.

a. Her bliver $c'/c'' = 1$, saa Tværnsnittet er ligedannet med det i Eks. 3 a bestemte, hvorfor $f' = 9,4 \cdot \frac{47}{50} = 8,84 \text{ cm}^2$.

b. Her bliver $c'/c'' = \frac{2}{3}$. Tabel 1 giver da $c' = 0,380$, $c'' = 0,573$ og $100c''' = 0,216$, hvoraf $h_n = 0,41 \text{ m}$, $b_n = 0,246 \text{ m}$, $f = 10,0 \text{ cm}^2$, $f' = 10 \cdot \frac{41}{50} = 8,2 \text{ cm}^2$.

c. $c'/c'' = \frac{1}{3}$ viser, at (22) skal benyttes. Da faas $h_n = 0,265 \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{0,33}} = 0,326 \text{ m}$;
 $f = 0,33 \cdot 3,15 \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{0,33}} = 12,8 \text{ cm}^2$; $f' = 12,8 \cdot \frac{32,6}{50} = 8,35 \text{ cm}^2$ og $b'_n = 16,5 + 0,9 \cdot 50 \cdot \frac{1}{5} = 25,5 \text{ cm}$.

Da h_n og M_h er den samme i alle 3 Tilfælde, faas naturligvis omtrent samme f' . At det findes lidt større i c end i b, skyldes Tilnærmelsen, der giver for stort f og jo større jo mere Højden er sat op.

Ønskes mindre Dimensioner, kan man regne med den oprindelige simple Metode, altsaa $s_b = 0,64 r_b$, $n_B = 2n = 30$. Derved faas de i Tabel 6 angivne Konstanter. Da det her drejer sig om smaa, stærkt armerede Tværnsnit er $\frac{b_n}{b} = \frac{h_n}{h}$ regnet til 0,85. Det ses, at c''' varierer mindre end i Tabel 5, saa man her nøjagtigt nok kan interpolere retliniet ogsaa for denne.

Er Tværnsnittet tillige paavirket af en Normalkraft N (pos. som Tryk), flyttes denne til Jærnets Tyngdepunkt, saa Momenterne M_h og M_b gælder for Akser herigennem. Momentligningerne bliver da uforandret, men den resulterende Trækraft bliver $T_N = C - N$, hvoraf faas den sædvanlige

$$\text{Formel } f_N = f - \frac{N}{r_j}$$

Tabel 6.

$$s_b = 0,64r_b, n_B = 2n = 30, \frac{b_n}{b} = \frac{h_n}{h} = 0,85$$

r_f	$r_b = 75 \text{ kg/cm}^2$				$r_b = 90 \text{ kg/cm}^2$			
	c_1 c_2 $h_t : h_n$	c'_v c''_v $100 c'''_v$	c'_h c''_h $100 c'''_h$	numerisk Differens $ c_h - c_v $	c_1 c_2 $h_t : h_n$	c'_v c''_v $100 c'''_v$	c'_h c''_h $100 c'''_h$	numerisk Differens $ c_h - c_v $
1300	0,232	0,388	0,295	0,093	0,206	0,351	0,275	0,076
	0,450	0,388	0,526	0,138	0,521	0,351	0,479	0,128
	0,738	0,305	0,354	0,049	0,715	0,354	0,391	0,037
15%	0,216	0,371	0,282	0,089	0,192	0,335	0,262	0,073
	0,420	0,371	0,503	0,132	0,486	0,335	0,457	0,122
	0,738	0,278	0,323	0,045	0,715	0,323	0,357	0,034
25%	0,207	0,360	0,274	0,086	0,184	0,326	0,255	0,071
	0,402	0,360	0,488	0,128	0,466	0,326	0,445	0,119
	0,738	0,263	0,305	0,042	0,715	0,305	0,337	0,032
30%	0,203	0,355	0,270	0,085	0,181	0,322	0,252	0,070
	0,394	0,355	0,482	0,127	0,457	0,322	0,439	0,117
	0,738	0,256	0,297	0,041	0,715	0,297	0,328	0,031
1400	0,235	0,395	0,295	0,100	0,209	0,356	0,276	0,080
	0,407	0,395	0,536	0,141	0,474	0,356	0,485	0,129
	0,747	0,273	0,323	0,050	0,724	0,317	0,357	0,040
25%	0,210	0,367	0,274	0,093	0,187	0,330	0,256	0,074
	0,364	0,367	0,498	0,131	0,424	0,330	0,450	0,120
	0,747	0,235	0,278	0,043	0,724	0,273	0,308	0,035
1800	0,245	0,422	0,301	0,121	0,217	0,378	0,279	0,099
	0,291	0,422	0,566	0,144	0,340	0,378	0,514	0,136
	0,778	0,187	0,238	0,051	0,755	0,219	0,264	0,045
15%	0,228	0,403	0,288	0,115	0,202	0,360	0,266	0,094
	0,272	0,403	0,541	0,138	0,317	0,360	0,490	0,130
	0,778	0,170	0,217	0,047	0,755	0,200	0,241	0,041
25%	0,219	0,392	0,280	0,112	0,194	0,351	0,259	0,092
	0,260	0,392	0,526	0,134	0,304	0,351	0,477	0,126
	0,778	0,161	0,205	0,044	0,755	0,189	0,228	0,039
30%	0,215	0,387	0,276	0,111	0,190	0,346	0,255	0,091
	0,255	0,387	0,519	0,132	0,298	0,346	0,471	0,125
	0,778	0,157	0,200	0,043	0,755	0,184	0,222	0,038

Undersøgelsen af Bøjningsteorien har saaledes vist, at den simple Forudsætning om konstant Spænding i Trykzonen kan praktiseres paa to Maader. For det første kan den afpasses i Overensstemmelse med Forsøgsresultaterne.

Derved faas i Almindelighed uøkonomiske Tværnsnit, saa i denne Form anvendes Metoden kun i Tilfælde, hvor lav Konstruktionshøjde ønskes, f. Eks. ved kontinuerlige T_2 Bjælkers Understøtninger.

Mere almindeligt vil man afpasse den saadan, at den for Plader og rektangulære Bjælker giver samme Resultat som n_2 Metoden. Dette viser sig da ogsaa at gælde for skæv Bøjning. Ved visse Former af T_2 Bjælker samt Skaltværsnit faar man derved korrigeret visse Mangler ved n_2 Metoden.

Den naive Metode bør aldrig anvendes, da den giver for grov en Tilnærmelse.

II. Forskydningsteorien.

I en bøjet Jærnbetonbjælke findes mellem Nullinien og Trækarmeringen en Zone, Forskydningszonen¹⁾, der er paavirket til ren Forskydning. Ved den sædvanlige Beregningsmaade armeres denne Zone med Bøjler eller Skraajærn, som indlægges til Optagelse af de til Forskydningsspændingerne svarende Trækspændinger, altsaa efter den naive Metode. Derimod foretages ingen Undersøgelse af Kraftoverførelsen fra Trækzonen (altsaa Jærnet) til Forskydningszonen, en Undersøgelse der, som vi straks skal se, fører til helt andre Resultater, saa den hidtil anvendte Beregningsmaade maa betragtes som fejl.

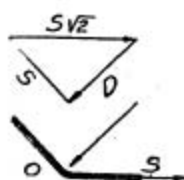


Fig. 9.

For det første overvurderes Skraajærnenes Virkning med ikke mindre end 41%, idet man regner, at Skraajærnet med Kraften S i Forbindelse med det skraa Betontryk D overfører Forskydningskraften $S\sqrt{2}$. Dette er naturligvis ogsaa ganske rigtigt oppe i Forskydningszonen, men betragter vi Overgangen fra Trækzone til Forskydningszone, d. v. s. Opbøjningsstedet o , da skulde der her overføres $S\sqrt{2}$ fra Jærnet. Er Jærnet fuldt udnyttet, kan det imidlertid højst have Kraften S , saa mere kan det ikke afgive. De resterende $0,41 S$ maatte da komme fra de andre Jærn, og skulde derfor overføres fra disse gennem Betonen. Men dette er umuligt, da det skal ske ved selve Opbøjningsstedet o , hvorved Betonens Paavirkninger her vilde blive alt for store.

Et Skraajærn kan derfor kun overføre sin egen Kraft S til Forskydningszonen.

For det andet placeres Bøjler og Skraajærn i Overensstemmelse med Transversalkraftkurven, hvilket tilfældigvis er rigtigt for simpelt understøttede Bjælker, men galt i andre Tilfælde. Betragtes saaledes en overragende Bjælkeende med jævnt fordelt Belastning, findes største Transversalkraft ved Lejet. Her skulde altsaa ifølge den naive Metode de fleste Bøjler eller Skraajærn anbringes. Gøres dette, kan man faa kraftige Skraarevner i Bjælkens frie Ende²⁾, hvor Transversalkraften dog er Nul. For

¹⁾ Som Trækzone opfattes da kun selve Trækarmeringens Tværnsnit.

²⁾ Bauingenieur 1930 S. 302.

at forklare dette, kan man tænke sig Bjælken delt i to Halvdele som vist i Fig. 10. Skal disse nu virke som een Bjælke, er det klart, at en Laasning ved Muren er uden Virkning, medens en Laasning ved den frie Ende er mest virksom.

Dette Tankeeksperiment leder os iøvrigt paa Sporet af den rigtige Fremgangsmaade. Vi saa, at det kom an paa at forhindre de to Bjælkehalvdele i at glide paa hinanden. Ved en Jærnbetonbjælke deles denne ikke i to Halvdele, men i Beton og Jærn. Vi skal altsaa forhindre en Gliden mellem Beton og Jærn, med andre Ord sørge for at faa Jærnet forankret i Betonen. Vi ser, at vi igen er endt ved Kraftoverførelsen fra Jærnet til Forskydningszonen.

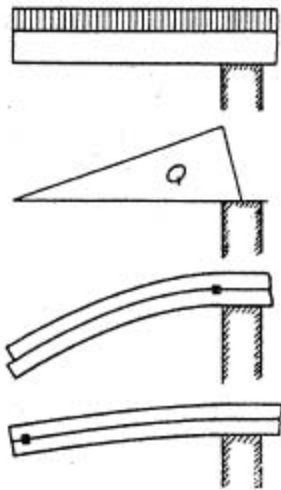


Fig. 10.

Foruden de nævnte alvorlige Fejl har den almindeligt anvendte Metode endnu et Par Mangler. Saaledes tages der ikke Hensyn til, at Lejetrykket i Reglen virker paa Bjælakens Underside, hvilket giver meget væsentlige Ændringer i Kraftforløbet ved Bjælkeenden. Endvidere medfører det Forhold, at der ikke anvendes Bøjler og Skraajærn, hvis Forskydningsspændingen er mindre end den tilladelige Værdi, at svære Bjælker ved en ganske lille Ændring pludselig skal have mange Bøjler og Skraajærn i Stedet for slet ingen. En saadan Diskontinuitet viser tydeligt, at Bøjler og Skraajærn ikke

direkte kan bestemmes ud fra Forskydningsspændingerne. Dette bekræftes ogsaa af Forsøgene, idet de saakaldte »Forskydningsbrud« i Bjælken ender med Jærnets Glidning, altsaa egentlig er Glidningsbrud.

Vore Undersøgelser viser saaledes klart, at en ny Beregningsmaade uden de paaviste Fejl og Mangler er nødvendig. I 1928 har Forfatteren angivet en saadan, der i Hovedtrækkene gengives i det følgende. For Detailler og Overensstemmelsen med Forsøgene henvises til Originalskriftet.¹⁾

Vi undersøger først Overgangen fra Trækzonen til Forskydningszonen. For Skraajærnenes Vedkommende har vi allerede set, at der ikke kan overføres større Kraft end Jærnets, d. v. s. Trækkraften T kan her formindskes med $\Delta T = S$. Det er vigtigt et bemærke, at dette gælder for vilkaarlige Opbøjningsvinkler, saa man ikke er bundet af de sædvanlige 45° , der ved høje, korte Bjælker volder praktiske Vanskeligheder. Ved en Bøjle vil der, naar Jærnet begynder at glide, opstaa et skraat Tryk D i Betonen (Fig. 11) som Følge af Friktionen mellem Jærn og Beton. Dette Tryk kan kun opstaa, hvis der er en Bøjle med Kraften B . Fra Jærnet overføres derved

1) Om Virkningen af Bøjler og Skraajærn i Jærnbetonbjælker. Ingeniørvidenskabelige Skrifter A. 17.

$\Delta T = B \operatorname{tg} \alpha$ til Forskydningszonen. Vinklen α kan ikke være større end Friktionsvinklen mellem Jærn og Beton. Paa Grundlag af Forsøg, kan denne sættes til 45° , saa $\Delta T = B$.

Ved Lejet (Fig. 12) virker Lejetrykket R ganske som en Bøjle med Kraften R , saa her overføres $\Delta T = R$. Er Jærnene forsynet med Kroge, kan der yderligere overføres en Kraft K , altsaa ialt $K + R$. Ifølge Forsøgene er $K = 3,5 r_b f_L$, hvor f_L er Jærnarealet ved Lejet. Hermed er der taget Hensyn til de særlige Forhold ved Lejet, altsaa een af Mangleerne ved den naive Metode er undgaaet.

Betingelserne for Muligheden af Kraftoverførelsen til Betonen er der skønnet over i nævnte Skrift Side 14—15 og 25—26, hvorved findes visse

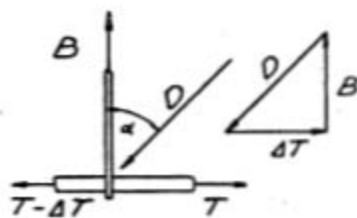


Fig. 11.

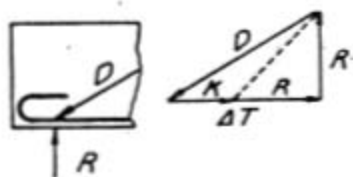


Fig. 12.

Grænser for Bøjleens Diameter og Skraajærnets Opbøjningsradius, Grænser, der i Reglen vil være i Overensstemmelse med almindelig Praksis.

I en simpelt understøttet Bjælke findes største T ved Maksimale momentet, og i hver Bjælkehalvdel skal denne nu overføres til Forskydningszonen, saa T bliver Nul ved Enden af Bjælken. Derved faas

$$T = \Sigma \Delta T = K + R + \Sigma B + \Sigma S. \quad (24)$$

Her er forudsat, at Adhæsionen er ophævet, og at Jærnet glider samtidigt alle Steder, saa D overalt virker netop under Friktionsvinklen. Dette maa være Tilfældet lige før et eventuelt Glidningsbrud i Bjælken. Udtrykket repræsenterer saaledes en simpel Metode, idet de specielle simple Forhold ved Brud indføres. Regnes endvidere Bøjlerne dimensioneret, saa de flyder samtidig med Trækarmingen, vil den tilladelige Værdi ΣB være $r_j \cdot f_B$, hvor f_B er det samlede Bøjningsareal i Bjælkehalvdelen. Paa samme Maade er $\Sigma S = r_j f_s$ og $T = r_j f$, saa Ligningen ved Division med r_j bliver

$$f = 3,5 \frac{r_b}{r_j} f_L + f_B + f_s + \frac{R}{r_j}, \quad (25)$$

hvor f er Trækarmingens Areal, f_s Skraajærnenes, f_B Bøjlerne og $f_L = f - f_s$ Arealet af Jærnene ved Lejet. Derved faas for Bøjlearealet i en Bjælkehalvdel

$$f_B = \left(1 - 3,5 \frac{r_b}{r_j}\right) (f - f_s) - \frac{R}{r_j}, \quad (26)$$

medens den naive Metode giver

$$f_B = f - f_s \sqrt{2}. \quad (27)$$

Der faas i Reglen færre Bøjler efter (26), idet Reaktionens Virkning i (26) langt overvejer Overvurderingen af Skraajærnene i (27).

Efter den simple Metode kan man ikke lade Jærn ende i Trækzonen, da Jærnkraften giver en lige saa stor Trykkraft virkende fra Krog til Krog (Fig. 13). Naar Momentligningen opstilles, skal denne Kraft medregnes, og den ophæver da netop de korte Jærns Trækkraft, saa disse faktisk bliver virkningsløse. Sættes derimod Bøjler ved Krogene (Fig. 14), kan

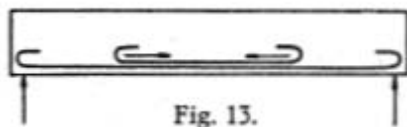


Fig. 13.

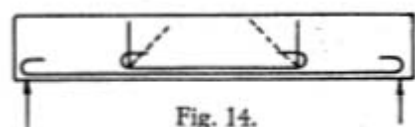


Fig. 14.

Kraften føres op i Forskydningszonen ved et skraat Betontryk. Efter den naive Metode kunde man godt lade Jærnet ende i Trækzonen, altsaa endnu en Fejl ved denne Metode.

Af (26) med $f_B = 0$ ses, at der kræves ikke Bøjler, naar

$$R \geq \left(1 - 3,5 \frac{r_b}{r_j}\right) (f - f_s) r_j$$

der f. Eks. for Spændingerne $75/1400 \text{ kg/cm}^2$ og jævnt fordelt Belastning giver

$$h_n \geq \frac{l}{4} \left(1 - \frac{f_s}{f}\right)$$

idet $R = \frac{1}{2} pl$, $M = 0,85 h_n \cdot f \cdot r_j = \frac{1}{8} pl^2$. Ændres disse Forhold, vokser f_B kontinuert fra Nul. Derved er den anden Mangel ved den naive Metode ophævet. Da ogsaa Fejlen ved Skraajærnenes Vurdering er fjernet, bliver der kun tilbage at undersøge Bøjlernes Placering.

Ved Udledelsen af (24) mødte vi ikke i noget Tilfælde særlige Krav til Bøjlernes Placering. Den simple Metode kræver saaledes blot Trækkraften overført til Forskydningszonen, men stiller ingen Krav om Stedet herfor. Der er dog andre Hensyn at tage. Saaledes kan man naturligvis ikke aflevere Trækkraften T , før Momentet er blevet saa meget mindre, at det kan optages med $T - \Delta T$. Dette vil igen sige, at man kan ikke bortføre den til f_B svarende Kraft, før det nødvendige Jærnareal er aftaget til $f - f_B$. Jærnkurvens »Fripunkter« angiver med andre Ord, hvor tæt Bøjler og Skraajærn kan placeres ved Midten, men de kan godt rykkes nærmere Lejet. Lige over og nær dette bør de ikke sættes paa Grund af

Lejetrykkets Virkning, men kan ellers placeres frit mellem Lejet og Fri- punkterne. Den til f_B og f_S svarende Trappelinie skal med andre Ord ligge uden for Jærnkurven (Fig. 15).

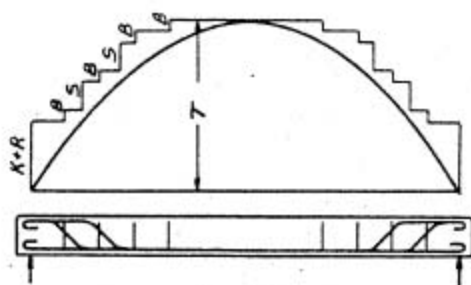


Fig. 15.

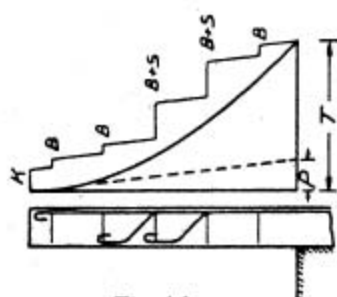


Fig. 16.

Da et Skraajærn altid kan føre sin egen Kraft bort og aldrig mere, nytter det ikke at sætte Bøjler om dette før Opbøjningen. Ganske vist kunde man tænke sig, der paa Strækningen mellem Bøjlen og Ophøjningen tilførtes Kraft fra Nabojærnene gennem Betonen, men det vil der i Reglen ikke være »Stødlængde« nok til, lige som det vilde være et ret unatur- ligt og usandsynligt Kraftforløb. Det vil sige:

Bøjlerne skal fordeles ligeligt til de ikke opbøjede Jærn og kun til disse.

Ved en overragende Bjælkeende der er belastet paa Oversiden, har Belastningen samme Virkning som Lejetrykket i det foregaaende Tilfælde, saa vi i Formlerne (24)–(26) skal erstatte R med Belastningen ΣP . For jævnt fordelt Belastning bliver $\Sigma P = px$, der fremstilles ved en skraa Linie gennem Bjælkens fri Ende (Fig. 16). Trappelinien faar derfor skraa »Trin« parallelle med denne Linie. Trappelinien skal igen ligge udenfor Jærnkurven, og vi faar en rigtigere Placering af Bøjler og Skraajærn, idet de skal pla-

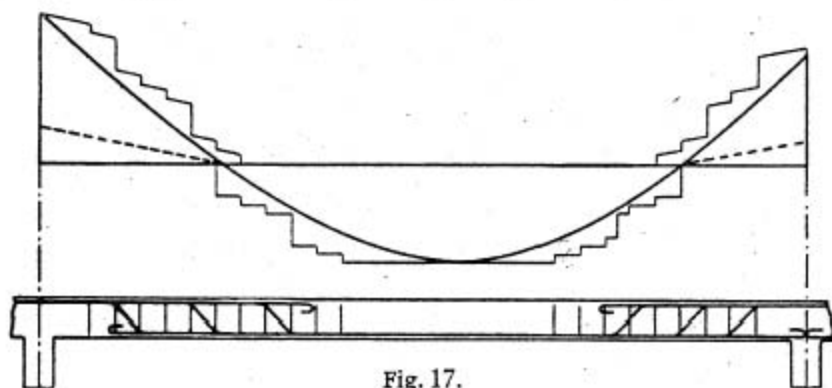


Fig. 17.

ceres mellem Jærnkurvens »Fripunkter« og Bjælkens fri Ende (Moment- nulpunktet).

Ved en kontinuerlig Bjælke (Fig. 17) behandles positive og negative Momenter hver for sig. Ved de positive Momenter haves $R = 0$; ved

de negative faas i Stedet for R Belastningen paa Oversiden, men kun paa den Strækning, hvor der er Jærn i Oversiden. Er Belastningen jævnt fordelt, faas derfor skraa Trappelinier paa disse Strækninger. Da man ikke kan have strakt Jærn i Trykzonen, maa Jærnene være helt aflastede, naar de er kommet forbi Momentnulpunktet, saa Bøjler og Skraajærn skal placeres mellem største Moment og nærmeste Momentnulpunkt. Derved kan kun Bøjler og Skraajærn lige ved Momentnulpunktet regnes nyttige for baade øvre og nedre Armering (se Fig. 17). Paa de øvrige Strækninger har kun den ene af Armeringerne Træk, saa Bøjler og Skraajærn kun er virksomme for dennes Vedkommende. Naar Trappelinierne lægges rigeligt udenfor Jærnkurverne, ser vi, at Bøjler og Skraajærn hober sig sammen omkring Momentnulpunkterne. Efter den naive Metode skulde de samles om Mellemunderstøtningerne, hvor de største Transversalkræfter findes, altsaa igen en Fejl ved denne Metode.

Vi har hidtil kun undersøgt Overgangen fra Træk- til Forskydningszone, men maa naturligvis ogsaa undersøge Forskydningszonen og Overgangen fra denne til Trykzonen.

I Forskydningszonen findes de strakte Bøjler og Skraajærn samt de skraa Betontryk. De sidste giver Forskydningsspændinger i vandrette og lodrette Snit af samme Art som de Forskydningsspændinger, der findes i en trykket Søjle i Snit under 45° med Aksen. De er derfor ikke ledsaget af nogen Trækspændinger, og deres Størrelse er det halve af Trykspændingen. Farligst er, naar Bøjler og Skraajærn sidder tæt, da faas ens Forskydningsspændinger i det lodrette Snit, og de maa i dette Tilfælde være identiske med den paa sædvanlig Vis beregnede Forskydningsspænding τ . Da den skraa Trykspænding ikke maa overstige Prismestyrken, maa τ ikke overskride den halve Værdi, d. v. s. $\tau \leq \frac{1}{2} \cdot 0,64 r_b = 0,32 r_b$, naar vi gaar over til de tilladelige Værdier. De danske Normer foreskriver $0,3 r_b$. Er



Fig. 18

der et vandret Støbeskel i Bjælken, falder det i Reglen i Forskydningszonen. For et saadant gælder, at Forskydningskraften overført ved Jærnet S og Betontrykket D er $AT = S (\sin u + \cos u \cdot \operatorname{tg} \alpha)$. For en Bøjle er $u = 0$, $AT = B \operatorname{tg} \alpha$. Nu er Friktionskoefficienten i et Støbeskel kun $0,8 = \operatorname{tg} \alpha^1$, saa vi for Bøjler faar $AT = 0,8 B$. For

Skraajærn under 45° faas $AT = 1,27 S$ (den gunstigste Retning $\operatorname{tg} u = 1,25$ giver $AT = 1,28 S$). I Støbeskellet virker tillige Lejetrykket, og vi faar da for en Bjælkehalvdel i en simpelt understøttet Bjælke

$$T = \Sigma AT = 0,8 R + 0,8 \Sigma B + 1,27 \Sigma S \quad (28)$$

eller

$$f_B = 1,25 f - 1,59 f_S - \frac{R}{r}. \quad (29)$$

¹⁾ Se Bygningsstatistiske Meddelelser 1930, S. 67.

Denne Værdi bliver mindre end den ved (26) bestemte, naar

$$\frac{f_s}{f} > \frac{1 + 14 \frac{r_b}{r_l}}{2,36 + 14 \frac{r_b}{r}} = 0,54 \text{ à } 0,58.$$

Tilsvarende faas for den overragende Bjælke.

I Bjælker med Støbeskel bør man derfor bøje godt Halvdelen af Jærerne op. I modsat Fald skal f_B beregnes ved (29).

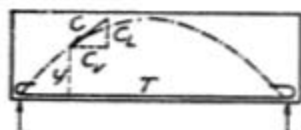


Fig. 19.

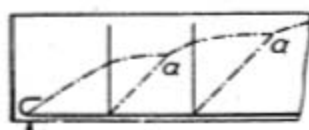


Fig. 20.

I en Bjælke helt uden Bøjler og Skraajærn er der ingen skraa Tryk i Forskydningszonen og derfor heller ingen Forskydningssspændinger. Transversalkræfterne optages da i Trykzonen, idet Bjælken virker som Bue med Trækbaand (Fig. 19). Tryklinien bestemmes ved $M = T \cdot y$, hvor T er konstant helt hen til Lejet. Den vandrette Komponent af Betontrykket C er $C_v = T$, den lodrette $C_L = C_v \frac{dy}{dx} = \frac{dM}{dx} = Q$. Med Bøjler faas den i Fig. 20 viste Tryklinie og tilsvarende ved Skraajærn.

Vi ser heraf, at Kraftoverførelsen fra Forskydningszonen til Trykzonen bestaar af Bøjlernes og Skraajærnenes Træk samt de skraa Betontryk D .

Man skal derfor sørge for en sikker Forankring af Bøjler og Skraajærn i Trykzonen. Naar Trykspændingerne i Trykzonen og i Forskydningszonen ikke hver for sig overskrider den tilladelige Værdi, vil Hovedspændingerne ved a (Fig. 20) heller ikke overskride denne Værdi, saa dette kræver ingen særlig Undersøgelse.

I en simpelt understøttet Bjælke, hvor Bøjler og Skraajærn samles ved Enderne, bliver Forholdene som i Fig. 19. I en overragende Bjælke med Bøjler og Skraajærn samlet i den fri Ende (svarende til Laasen nederst i Fig. 10) faas en Tryklinie som vist i Fig. 21, og i en kontinuert Bjælke med Bøjler og Skraajærn samlet ved Momentnulpunkterne bliver Forholdene som vist i Fig. 22. I sidstnævnte Tilfælde kan

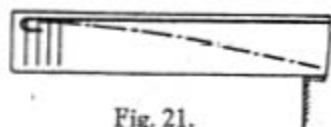


Fig. 21.

Bjælken ogsaa betragtes som en simpelt understøttet Bjælke BC , der ved Bøjler og Skraajærn er ophængt i to overragende Ender AB og CD . Deraf ses da Berettigelsen til at regne disse Bøjler og Skraajærn nyttige for baade øvre og nedre Armering, idet Trækket i Bøjlerne og det af

Skraajærnenes Træk og det skraa Betontryk resulterende lodrette Træk baade giver en til Reaktionen svarende Kraft ved den simpelt understøttede Bjælke *BC* og en Belastning paa de overragende Bjælker *AB* og *CD*. Dette gælder som allerede nævnt kun ved Momentnulpunktet og kun, hvis Bøjlerne opfylder Kravet Side 59 ved begge Armeringer.

Disse Trykliniebetrægtninger viser, at Bøjler (og Skraajærn) meget vel kan samles ved Momentnulpunkterne, men det vil naturligvis være bedst at fordele dem mest muligt paa Strækningen mellem største Moment og Nulpunktet.



Fig. 22.

Undersøgelsen viser, at den naive Metodes Fejl og Mangler kan undgaaes ved at anvende den simple Metode, der i det væsentlige beskæftiger sig med Trækarmeringens Aflastning. Dens praktiske Fordele er, at Bøjlearealet i Reglen bliver mindre end sædvanlig, at man er friere stillet ved Bøjlernes Placering og Skraajærnenes Opbøjning, og at dette kan ske ved Hjælp af Jærnkurven, som man i Forvejen har bestemt. Skraajærnene kan opbøjes under vilkaarlig Vinkel.

Ved Bjælker med variabel Højde og ved Bøjning med Normalkraft anvendes Jærnkurven ganske som i det foregaaende. Da det nemlig kun kommer an paa at overføre Jærnkraften til Forskydningszonen, maa vore Betægtninger gælde uændret ogsaa i disse Tilfælde, naar vi blot benytter Jærnkurven, der er et Maal for Jærnkraften.

For Plader maa man bibeholde Reglen, at Bøjler kan udelades, naar Forskydningsspændingen ikke overstiger den tilladelige, da der ellers altid skulde sættes Bøjler i Plader i Strid med Praxis. Derved bibeholdes ganske vist den Side 56 nævnte Diskontinuitet, men netop for Plader kommer den ikke til at spille nogen Rolle.

Som Resultat af hele Undersøgelsen fremgaaer, at de sædvanlige Beregningsmaader for Jærnbetonbjælker er behæftet med Fejl eller Mangler, der kan ophæves ved at gaa over til de saakaldte simple Metoder, der er rigtigere uden at være besværligere i Brugen.

RESUME

Following some general critical remarks on reinforced concrete calculations the author surveys the theory of flexion and shear. As regards flexion it is claimed that it is both more correct and easier to reckon with a constant pressure stress in the pressure zone rather than with the *n*-method's pressure stress subject to linear variations. Dimensioning formulas and tables for oblique flexion of rectangular sections are included. In the following portion of the article the author shows that the generally accepted shearing theory is fallacious in that the bent-rods cannot transmit a shearing stress equal to its own stress multiplied by $\sqrt{2}$. Furthermore, the shearing reinforcement must not be disposed in accordance with the transversal curve in continuous or projecting beams. Reflections on the anchoring of reinforcement lead to the advancement of a new theory whose practical utility is discussed.